Battelle
Advanced Studies Center, Geneva, Switzerland.

Edgar ASCHER

Introduction à un colloque sur les
"Modèles mathématiques et problèmes contemporains"[1),2),3)].

1) Lausanne, le 26 juin 1972.

2) Ces remarques ont été rédigées sur la base de notes plus détaillées. On se propose d'incorporer ces notes ultérieurement à un document plus élaboré.

3) The conclusions at the end of the report are in english.

Dans cette introduction à notre colloque consacré aux "Modèles mathématiques et problèmes contemporains", je voudrais esquisser quelques-unes des considérations que nous avons été amenés à faire au cours de sa préparation et aussi mettre en évidence quelques problèmes que nous avons rencontrés et quelques conclusions auxquelles nous sommes arrivés. Ces conclusions ont trouvé leur reflet dans la forme et le contenu de ce colloque et se trouvent aussi formulées dans cet exposé d'une façon délibérément raccourcie, cela dans l'espoir de stimuler et de faire avancer la discussion. J'ai choisi d'aborder ici des questions générales auxquelles il est nécessaire de réfléchir quand on a affaire aux modèles. Mais cette introduction ne couvre qu'une partie de ces questions et elle le fait nécessairement sous forme d'esquisse. Je suis d'ailleurs sûr que beaucoup d'autres points de vue seront évoqués et beaucoup d'autres problèmes soulevés au cours de nos travaux.

Modèles mathématiques et problèmes contemporains. Ce double titre montre bien les deux points de départ de notre démarche : les modèles mathématiques d'une part, les problèmes contemporains d'autre part. L'outillage et la matière première. Bien entendu, nous avons choisi ce thème pour ce colloque, parce que nous sommes persuadés - comme beaucoup d'autres - que les modèles mathématiques sont un outillage de choix pour traiter la matière première que sont ici pour nous les problèmes contemporains; c'est-à-dire que les modèles mathématiques peuvent contribuer utilement ou même de façon décisive à la solution des problèmes qui se posent actuellement à l'humanité ou aux sciences intéressées. Mais - ce que nous voulons faire ici, c'est de ne pas accepter tout simplement comme acquise cette utilité du modèle mathématique. Nous voulons essayer de voir de quoi elle est faite et d'analyser sur quelles bases elle repose.

L'une des conclusions de cette analyse - je le dis tout de suite - est précisément celle que cette double approche, à partir des problèmes et à partir des méthodes, est nécessaire pour faire avancer l'art de la construction et de l'utilisation des modèles. A travers ses aspects contingents, ce colloque reflète encore cette conclusion. [Pour abréger, je désignerai souvent dans la suite cet art par le terme "modelage".]

Il est vrai que ces deux aspects sont ici assez nettement séparés. Bien entendu, dans chaque exposé d'un problème, on utilise une méthode et une méthode ne saurait être discutée sans faire mention de problèmes. Mais les méthodes d'une des contributions ne seront probablement pas immédiatement applicables aux problèmes soulevés dans une autre contribution. La médiation devra être faite dans les discussions ou dans les groupes de travail consacrés à des questions que nous aurons choisies ensemble. Il est clair que dans une activité de recherche collective ou individuelle, cette séparation entre méthode et problème doit être dépassée. Il était d'ailleurs tentant de concevoir ce colloque comme une entreprise de recherche, c'est-à-dire vraiment comme un atelier. Assez tôt, on s'est rendu compte cependant qu'il n'était ni possible ni utile d'organiser déjà une première réunion dans cet esprit. Néanmoins, il nous paraît dès maintenant souhaitable de tenter ultérieurement une telle expérience. Il faudrait alors choisir un ou deux problèmes et, en les déployant, arriver presque simultanément aux méthodes et aux faits, c'est-à-dire à ce qui est le cas (Wittgenstein). Le présent colloque peut être considéré comme une sorte d'inventaire préalable de méthodes et de problèmes.

Inventaire manifestement incomplet d'ailleurs; il n'en pouvait être autrement dans le temps limité dont nous disposions. Il a donc fallu choisir. Nous nous sommes efforcés de choisir des méthodes relativement nouvelles, des problèmes relativement nouveaux et d'une certaine importance sociale. Cette façon de procéder peut donner - à tort - l'impression que nous ignorons ou négligeons la longue tradition de modelage des ingénieurs et des physiciens. Aussi, l'économie, la cybernétique et la recherche opérationnelle produisent-elles depuis quelques années des modèles mathématiques en grand nombre. Nul ne peut ignorer cela. Certainement, l'acquis dans ces domaines est immense, mais il reste encore beaucoup à faire, surtout en ce qui concerne la compréhension globale de problèmes complexes qui souvent ne sont pas encore clairement définis et où la définition même fait déjà partie du modelage. De nombreux problèmes sociaux, politiques et écologiques, mondiaux ou régionaux, sont de cette nature, mais beaucoup de problèmes scientifiques le sont aussi. Il suffit de penser par exemple aux problèmes biologiques tels que l'évolution. Pour aborder ces problèmes, il est utile, peut-être même nécessaire, de faire deux choses. Premièrement, l'analyse de ces problèmes complexes et globaux nous fera remonter vers la source de tout modelage et nous fera poser dans un contexte tout à fait concret la question, en apparence abstraite, de la nature même d'un modèle. Deuxièmement, une telle analyse montrera l'utilité et suggérera l'utilisation de techniques mathématiques de traitement et de représentation encore peu sollicités, probablement surtout des méthodes inspirées de la topologie, de la logique, de l'analyse combinatoire, de la cybernétique et de la théorie des jeux. La mécanique statistique et la mécanique quantique aussi peuvent fournir des idées, qui ne sont qu'insuffisamment exploitées. Inversement, ces techniques peuvent jeter une lumière nouvelle sur des situations anciennes qui en apparence ne posent pas de problème conceptuel. Une partie des contributions à notre colloque est précisément consacrée à l'exposé de telles méthodes. En revanche, l'esquisse d'une analyse de la notion de modèle sera entreprise dans cet exposé même.

Posons-nous donc cette question : "Qu'est-ce qu'un modèle ?" . Plus exactement, à la place de cette question statique, posons-nous une série de questions dynamiques : Que veut un modèle ? Que peut un modèle ? Comment construit-on un modèle ? Comment exploite-t-on un modèle ?

Pour aborder cette discussion, permettez-moi d'utiliser un modèle. Un modèle très simple, presque trivial, mais susceptible d'être élaboré et qui, surtout, me permettra de développer les quelques idées que je voudrais soumettre à votre réflexion. Considérons donc deux domaines : *une* "réalité" R et un modèle M (et admettons pour le moment que nous savons ce que c'est que cette chose compliquée que l'on appelle *la* réalité). Ces deux domaines sont reliés d'une certaine façon. La première chose qui vient à l'esprit est évidemment la liaison suivante : un modèle est une représentation (ou un reflet ou une image) d'une réalité. Cette représentation est obtenue au moyen d'une liaison (relation) ρ entre R et M. C'est évident, mais un peu vague, et il y aurait lieu de préciser davantage la nature des domaines R et M et celle de la liaison ρ. Nous le ferons, dans une certaine mesure, plus tard. Ce que l'on n'a pas toujours présent à l'esprit, c'est qu'il y a toujours une deuxième liaison, que nous désignerons par α, qui va du modèle à la réalité

$$R \overset{\alpha}{\underset{\rho}{\leftrightarrows}} M$$

La liaison α c'est l'action. Cette action humaine intervient d'une façon essentielle et à plusieurs reprises dans la construction d'un modèle. Un modèle, disions-nous, est une représentation d'une réalité. Il est évident que cette représentation n'est pas fidèle, car nous n'aurions aucun intérêt de prendre R comme modèle de lui-même. La liaison ρ n'est donc certainement pas une application biunivoque. Dans le passage de R à M nous omettons des éléments et nous renonçons à en distinguer certains autres, nous les identifions. Savoir signifie toujours choisir et identifier. Ces opérations "sous" et "quotient" sont l'essentiel de ce que l'on appelle communément abstraction. Mais en vertu de quels critères choisissons et identifions-nous ? Notre choix dépend certainement de ce que nous voulons accomplir à l'aide du modèle, de l'intérêt spécifique que nous portons à une réalité R . Ainsi, il n'y a pas de connaissance sans sélection et il n'y a pas de sélection sans intérêt. Mais l'intérêt est essentiellement l'anticipation d'une action. Ainsi, à la base même de la notion de modèle, nous trouvons ce cycle fermé : action α -- représentation ρ . Ce cycle nous accompagnera à travers le reste de cet exposé. Il nous permettra de préciser notre pensée concernant la nature et l'utilité, la théorie et la pratique, des modèles en général et des modèles mathématiques en particulier. Mais indépendamment de l'utilisation que nous en ferons ici, nous pensons que le cycle $\alpha - \rho$ est tout à fait fondamental parce qu'il exprime la nature de toute connaissance et de toute action.

Evidemment, ce cycle n'est pas parcouru une fois seulement. L'action, d'anticipée, devient pratiquée. Elle modifie alors la réalité ou notre intérêt ou les deux à la fois. Ce schéma permet de se rendre compte de beaucoup de choses, par exemple du développement des connaissances scientifiques dans le cadre d'un travail de recherche ou même à travers l'histoire. Mais là n'est pas notre propos aujourd'hui. Nous voulons seulement dès maintenant attirer l'attention sur le fait que lorsqu'il s'agit d'un des nombreux problèmes urgents auxquels des communautés d'hommes se trouvent confrontées aujourd'hui, la question de savoir comment à partir d'un modèle on arrive à modifier la réalité dans un sens voulu est d'une importance capitale. Il ne suffit pas de dire, par exemple : "J'étudie la situation mondiale avec l'intention d'éliminer la faim." Il faut aussi tenir compte des possibilités réelles d'action à un moment et un endroit donnés. Face à cette nécessité d'établir une liaison entre le modèle et l'action, deux attitudes d'extrémiste doivent être évitées. Premièrement, l'attitude que j'appellerai technocratique, qui consiste à vouloir passer du modèle directement à l'action en court-circuitant des structures de décisions existantes ou souhaitables. Cette tendance se nourrit de l'illusion que la science permet d'éliminer la politique, qu'elle nous dispense de faire des choix. Elle est néfaste déjà dans un cadre en apparence technologique, elle l'est encore davantage dans un cadre politique. L'autre attitude extrême peut être qualifiée de scientisme. Elle consiste à dissocier complètement la construction du modèle de son usage possible, à dire : moi, je construis, les autres appliqueront. Face à cela, il faut souligner qu'une réflexion sur les applications possibles du modèle est indispensable. Elle ne peut pas être faite après coup seulement, mais elle est décisive - qu'on le veuille ou non - déjà au stade de la formulation du modèle.

Cette liaison étroite entre construction et exploitation du modèle, entre représentation de la réalité et action sur la réalité, nous suggèrent l'idée qu'il serait utile pour comprendre l'activité du modelage de s'inspirer de la théorie des jeux, plus précisément des jeux séquentiels où le résultat d'un jeu détermine les règles du jeu suivant. La vue traditionnelle des modèles comme représentation (en négligeant l'activité α) correspondrait à la restriction aux jeux à 0 joueur. Du même coup, la séquence des jeux se réduirait à un seul.

Ces remarques ne sont pas sans relation avec la parenthèse que j'ouvre maintenant. Je voudrais donner quelques indications au sujet de la signification épistémologique du cycle ρ - α représentation - action.

Mettons 0 , c'est-à-dire "objet", à la place de R ; mettons S , c'est-à-dire "sujet", à la place de M et nous nous trouvons dans le contexte traditionnel des discussions épistémologiques.

$$O \underset{\rho}{\overset{\alpha}{\leftrightarrows}} S$$

La relation ρ peut être interprétée comme reflet d'une réalité naturelle (ou éventuellement transcendantale). Selon les empiristes par exemple, toute information cognitive émane des objects et vient du dehors renseigner le sujet. Selon Kant, elle ne fournit que la matière de la connaissance. Kant a montré qu'aucune connaissance n'est possible sans une structure inhérente au sujet connaissant. Cette structure fournit la forme de la connaissance et son existence constitue une condition nécessaire préalable à toute connaissance. Elle consisterait d'une part des formes intuitives de l'espace et du temps et d'autre part des concepts purs de l'entendement (ou catégories). Cette structure serait donnée avant et indépendamment de toute expérience. Le domaine S est donc certainement doué d'une structure. Piaget a renouvelé le problème de la connaissance en le dynamisant. Au lieu de demander ce que c'était que la connaissance, il a résolument posé la question : Comment acquiert-on une connaissance ? Et il a attaqué ce problème non pas par la spéculation pure, mais à l'aide de l'expérimentation et de l'observation. A travers une oeuvre dont on ne saurait pas surestimer l'importance, il a montré que la structure du sujet S avait une histoire étroitement liée à ses actions α et à la structure opératoire qui en résulte. Cette histoire a un aspect phylogénique et un aspect ontogénique. La phylogénèse est difficilement accessible à l'expérience, la paléontologie du savoir humain est condamnée à rester largement spéculative. Piaget a donc entrepris de mettre en évidence cette histoire des structures cognitives du sujet dans le développement des facultés mentales de l'enfant. Grosso modo, on peut dire que les structures mentales correspondent à des classes d'équivalence des actions du sujet et que les concepts correspondent aux invariants par rapport à ces actions. Non seulement la structure de l'appareil cognitif est formée ainsi, mais l'action est aussi à l'origine de la différentiation entre le sujet connaissant et les objets de sa connaissance. Ces remarques, nécessairement superficielles, doivent suffire ici et maintenant. Retenons que le couple objet - sujet nous apparaît comme un système fermé grâce aux liaisons ρ et α. La relation entre réalité et modèle est tout à fait semblable. Il semble donc que toute connaissance et toute action sont fondées en quelque sorte sur une comparaison, réitérée et en cycle fermé, entre quelque chose qui, dans des circonstances précises, nous apparaît comme extérieur, une réalité, et quelque chose qui est notre construction. La tentation est donc grande de modifier un dicton bien connu et de dire "pas de raison sans comparaison". Du même coup, il devient clair qu'une réalité n'est nullement une donnée primitive, mais quelque chose d'assez compliqué, imprégné de ce que nous y mettons. On ne change rien à la situation en disant à la place de réalité nature, phénomènes, événements, faits ou encore "ce qui est" ou "ce qui est le cas".

Il me paraît utile maintenant d'essayer d'expliciter davantage et de formaliser la liaison ρ entre une réalité R et le modèle M, en négligeant de discuter, faute de temps, la non moins importante liaison α. On pourrait le faire de plusieurs manières. Nous en choisissons une; les conclusions que nous en tirons sont celles que l'on pourrait tirer aussi d'autres formalisations. Disons donc que ρ est une application entre deux ensembles puissance :

$$\rho : P(R_1 x \ldots x R_\nu) \longrightarrow P(M_1 x .. x M_\mu) \quad .$$

Expliquons la signification des symboles : M_1 à M_μ sont des ensembles; ce sont les composantes du modèle. Un élément de l'ensemble M_j est une valeur possible de la composante M_j. L'ensemble $M_1 x \ldots x M_\mu$ est le produit cartésien des composantes; les éléments de cet ensemble sont des μ-tuples de combinaisons possibles des valeurs des μ composantes M_1 à M_μ. $P(M_1 x \ldots x M_\mu)$ est l'ensemble puissance du produit cartésien; ces éléments sont tous les sous-ensembles du produit cartésien. Un élément M de l'ensemble puissance est un modèle mathématique

$$M \subset M_1 x \ldots x M_\mu \quad .$$

Ainsi, nous avons explicité le côté droit de la flèche, le codomaine de l'application ρ ; il contient des modèles mathématiques. Du côté gauche, le domaine de ρ est construit d'une façon tout à fait analogue. Mais du côté gauche, nous avions une réalité. Il est clair que pour être traitée comme nous l'avons fait, la réalité doit déjà être formalisée d'une manière ou d'une autre. Avant de construire un modèle mathématique, on doit donc déjà avoir une sorte de pré-modèle. Et c'est en effet toujours le cas : un modèle mathématique présuppose toujours une description verbale d'une réalité (un modèle linguistique). Un élément de l'ensemble puissance est appelé une description verbale

$$R \subset R_1 x \ldots x R_\gamma \quad .$$

Le domaine de l'application ρ est donc constitué de descriptions verbales. L'application ρ fait correspondre à une description verbale un modèle mathématique

$$\rho : R \longmapsto M \quad .$$

Ce que je viens d'exposer n'est qu'une légère généralisation de la notion de système telle qu'on la trouve chez Mesarović. On obtient des modèles plus spécifiques en mettant des structures mathématiques additionnelles sur les composantes du modèle.

On peut faire ici plusieurs remarques. Premièrement, d'après ce que nous venons de voir, un système est un modèle. Ce point de vue nous permet d'éviter bien des discussions stériles qui deviennent presque inévitables quand on veut projeter un système dans la réalité. Nous pouvons au contraire avoir plusieurs systèmes (modèles) correspondant à une même réalité. Ainsi on peut aussi éviter de prendre position dans la vieille dispute (pas morte) entre réalistes et nominalistes. On est forcément nominaliste à l'intérieur d'un modèle, mais comme un modèle n'épuise pas une réalité, on peut néanmoins être réaliste vis-à-vis de cette réalité. Ensuite, en vertu du fait qu'un modèle correspond à un intérêt spécifique que nous portons à une réalité, il peut y avoir des modèles complémentaires (au sens de la mécanique quantique) d'une réalité car les intérêts que l'on peut avoir peuvent être complémentaires.

Une généralisation par rapport à Mesarović consiste à séparer la description verbale du modèle mathématique. Je pense, en effet, que l'on a avantage à distinguer clairement l'aspect descriptif, verbal, d'un modèle de la mathématisation de cette description, et qu'il vaut la peine d'étudier la relation entre les deux. Une telle étude peut d'ailleurs poser encore quelques problèmes. Mais nous n'avons pas à nous en soucier maintenant. Ce que nous venons de voir nous permet déjà de faire quelques remarques.

On peut tirer des conclusions d'une certaine importance pratique de la constatation triviale qu'un modèle mathématique est toujours précédé d'un modèle linguistique d'une description. Si l'on prend au sérieux cette constatation, on ne peut pas éviter de se rendre compte du rôle important que joue la description verbale. L'impression que l'on a parfois, en physique par exemple, de passer directement des événements au modèle mathématique est trompeuse. On part toujours d'une description d'une réalité ou des événements, même si l'on ne s'en rend pas toujours compte; ou bien cette description est utilisée consciemment, parce qu'elle a apparemment fait ses preuves ou alors elle est acceptée automatiquement. Dans tous les cas, la description adoptée influence le choix du modèle mathématique. Des changements de description ont souvent provoqué des révolutions scientifiques (au sens de Kuhn). Dans les sciences sociales, l'importance du modèle linguistique est certainement plus évidente encore. Or, la construction d'un modèle linguistique nuancé et adéquat ne peut résulter que d'une très bonne connaissance du domaine ou du problème pour lequel on veut construire le modèle. Une pauvre description verbale ne peut être sauvée par une mathématisation raffinée.

Il y a une contrepartie à cette constatation : c'est que le modèle linguistique le plus nuancé peut être réduit à néant par une mathématisation inadéquate, due à une connaissance insuffisante des structures mathématiques. La connaissance de structures mathématiques qui est exigée ici est une connaissance active et non pas passive; comme l'usage que l'on fait de ces structures est dynamique et non pas statique. Je veux dire que la mathématisation ne consiste pas dans la traduction d'un jargon d'une science particulière en un jargon mathématique. Les structures mathématiques doivent être maniables, manipulables, se prêter au calcul. D'un modèle mathématique on doit pouvoir tirer des choses que l'on n'a pas mises explicitement dedans; c'est ce qui fait sa richesse et son utilité. Tout cela exige de très bonnes connaissances mathématiques.

Mais cette manipulation même des structures, le calcul donc dans le cadre d'un modèle mathématique, doit être inspirée par le domaine pour lequel le modèle a été fait. Presque toujours - au cours de ces calculs - on sera amené à introduire des simplifications et des approximations, à choisir des cas spéciaux. Or, c'est seulement une connaissance approfondie du problème à mathématiser qui permet de faire tout cela à bon escient.

On ne peut pas s'attendre à trouver réuni en une seule personne la profonde connaissance d'un domaine spécial, des sciences humaines par exemple, aussi bien que de la mathématique. Un tel surhomme doit être remplacé par une équipe. Mais l'équipe, à travers l'organisation de son travail, doit tâcher d'imiter le surhomme qu'elle remplace. Il s'ensuit qu'elle ne peut pas être organisée suivant le schéma de la chaîne de montage où l'un après l'autre fait un bout de travail. Les échanges entre les membres de l'équipe doivent être continus et non pas ponctuels. Pour stimuler la créativité collective de l'équipe, l'organisation doit être en parallèle et non pas séquentielle. Pour que l'équipe puisse fonctionner ainsi, chaque spécialiste qui la compose doit avoir des connaissances dans les domaines des autres spécialistes; ils doivent s'accorder les uns aux autres.

Comme le modèle mathématique porte des structures, la description verbale aussi est structurée. Je veux parler ici seulement d'un aspect de cette structuration qui se révèle par le genre de vocabulaire que l'on utilise dans la description, par les images que l'on peut y déceler, - - ces images qui sont des ébauches ou des restes de modèles et qui, ainsi, influencent le choix du modèle mathématique.

Ces images sont reliées à notre expérience quotidienne individuelle ou collective. Elles se propagent comme une mode, dégénèrent en jargon, enrichissent la langue comme métaphore et nous permettent de parler aujourd'hui plus souvent au figuré qu'au propre.

Il est utile de distinguer trois types principaux d'images. Dès la fin du moyen âge et jusqu'au début du dix-neuvième siècle, on utilise de préférence des images mécaniques pour décrire le fonctionnement de l'homme, de la société ou de la nature. Le mécanisme est le prototype de toutes ces descriptions. Un mécanisme est caractérisé par le fait que l'on peut l'assembler d'éléments séparés et de nouveau le démonter en pièces détachées, ces pièces ne changeant pas au cours de ces opérations.

Depuis le temps de Rousseau, à peu près, l'organisme commence à faire son apparition comme source d'imagerie. L'organisme est un tout qui ne peut pas être monté et démonté. Il constitue un tout. Il n'a pas été construit, il est devenu.

De nos jours, l'organisation s'est jointe au mécanisme et à l'organisme comme schéma de description. Nous essayons de comprendre le monde qui nous entoure en termes d'organisation. Organisation implique communication et contrôle. Dans cette nouvelle vision, certains éléments du mécanisme apparaissent, surtout dans les versions qui décrivent les organisations en termes d'un circuit électronique. Un tel circuit aussi se construit comme un mécanisme; on peut organiser une organisation. Ce qui est évidemment nouveau, c'est que dans une organisation l'accent est mis sur l'information, tandis que le mécanisme sert à manipuler et transformer de l'énergie.

Ce qui est intéressant aussi, c'est que l'on essaye maintenant d'appliquer ce genre de raisonnement à la compréhension de la nature. Ce ne serait pas la première fois que l'on essaye d'utiliser les expériences de la vie sociale pour l'explication des phénomènes de la nature. Déjà chez les philosophes Ioniens, chez Anaximandre notamment, on peut voir un processus semblable. La notion de loi et de cause est transférée du domaine éthique ou juridique dans celui de nature extérieure. A l'origine aussi la notion de cosmos avait une signification sociale.

Il y a d'ailleurs d'étonnants retournements de situation. Il est connu que les sciences sociales cherchent à obtenir leurs lettres de noblesse en découvrant des lois sociales - imitant en cela les sciences naturelles. Or, nous avons vu d'où venait à l'origine l'idée de loi. Il est vrai qu'entre-temps les lois en sciences naturelles, en physique surtout, ont évolué et sont devenues des relations quantitatives entre cause et effet. Les sciences sociales voulaient suivre la physique dans le règne de la causalité et du quantitatif. Elles voulaient la suivre au moment où elle mettait en doute ou nuançait ces notions. La mécanique quantique nous a amenés à reviser la notion de causalité. Quant au quantitatif, Poincaré, à la fin du siècle passé, avait clairement vu qu'il était nécessaire d'introduire des méthodes qualitatives, globales en mécanique; ces méthodes que l'on appelle aujourd'hui topologiques. Les méthodes globales sont d'ailleurs apparues en mathématique déjà avec Galois.

Entre-temps, il est devenu clair qu'il existe en sciences sociales des phénomènes qui ne sont que difficilement ou pas du tout quantifiables et où des méthodes topologiques fourniraient peut-être l'outillage adéquat. Cela est certainement vrai même en économie, science qui est pourtant née de la quantification par l'argent d'une production destinée au marché.

Je crois que les méthodes topologiques seront à la base de toute une série de nouveaux modèles pour des problèmes contemporains. Ce serait une sorte de retour aux modèles mécaniques, beaucoup plus riches que les anciens modèles mécanistiques. Retour à la mécanique non seulement parce que ces méthodes prennent leur origine dans le traitement du problème à trois corps par Poincaré, mais aussi parce que de nombreux types de comportements révélés par ces méthodes peuvent être illustrés par des phénomènes hydrodynamiques. La théorie de la stabilité structurale, inspirée de la dynamique qualitative et de la topologie différentielle, a d'ailleurs mis en évidence un nombre de types de comportement qui dépasse celui qui a été réalisé jusqu'à ce jour par des circuits électroniques. Il y a là un défi fructueux et peut-être plein de promesses pour une génération lointaine d'ordinateurs.

En guise de conclusion, je voudrais reprendre maintenant (en anglais) les éléments d'une stratégie du modelage que j'ai éparpillés au cours de cette introduction.

Conclusions.

A model is a representation of a reality. To be useful, it must simplify by omission and identification. In some respects, howver, a model may be richer than a reality, in so far as it may contain auxiliary (or hidden) variables, or cover unrealistic (or unphysical) regions. The criteria for omission and identification are determined by what one wants to achieve with the model, by the specific interest one has in the reality considered. This specific interest is an anticipated action. To be useful in a social context, the conditions of utilization of the model in a real situation must be carefully considered. This reflexion is part of modelling, it does not come after modelling. As regards the link that must exist between model and action, two extreme attitudes, the technocratic and the scientistic, must be avoided.

A verbal description (linguistic model) always necessarily precedes a mathematical model. The verbal description is necessarily qualitative. The mathematical model may be qualitative or quantitative. Qualitative models play an increasingly important rôle an social and natural sciences. A poor linguistic model cannot be saved by sophisticated mathematization; the best verbal description can be ruined by poor mathematics. The strategy of mathematical modelling must originate in the field or problem for which the modelling is to be done, and must be based on a vast and active knowledge of mathematical structures. Hence mathematical modelling is a task for a team in which the different specialists must interact continuously (in parallel) and not only pointwise (sequentially). To interact, they must have a basic knowledge and understanding of each other's specialities. Patterns inspired by mechanisms, organisms and organisations, etc., originating in the spirit of the age, tend to impose themselves in the linguistic model, and may also bias the mathematical model.

A reasonable program for a team working on mathematical models could be as follows. They might select a small number of concrete but complex problems of a certain social relevance. For some aspects of these problems there should be competence and interest in the human environment of the team. Parallel to the work on concrete problems, there should be a constant preoccupation with other typical examples of mathematical models and with methodological problems of modelling. Creative activity in this as in other fields requires an ability to switch often and easily from the main (conscious) line of thought, here "the problem", to parallel (unconscious) lines, here methodology and "other examples".

In these introductory remarks I have just dealt with some of these parallel lines of thought. Many of the subsequent contributions to our symposium will be devoted to concrete problems.