

ARCHIVES
DE
PSYCHOLOGIE

Tiré à part

Vol. XLVII, No 181, p. 123-130, 1979

NECESSITE ET FERMETURE.
QUELQUES ASPECTS

par Edgar ASCHER

EDITIONS: MEDECINE ET HYGIENE
GENEVE

NECESSITE ET FERMETURE. QUELQUES ASPECTS ¹

Edgar Ascher

Université de Genève

Voici le début d'une suite d'entiers :

1 2 3 4 ...

Il y a une régularité... Quel est alors l'entier suivant ? S'il y a une régularité, ne doit-on pas dire que le suivant est nécessairement donné ? Quel est-il donc ?

Or, je ne sais pas ! Car il n'y a pas une seule régularité. Je puis attribuer une régularité à cette suite d'une infinité de manières. La situation ouverte que constituent ces quatre chiffres suivis de trois points doit être fermée par l'attribution d'une unique régularité. Par exemple :

1	2	3	4	1	2	3	4	1
1	2	3	4	3	2	1	2	3
1	2	3	4	4	4	4	4	4

Vous savez très bien que n'importe quel entier peut être pris comme suivant. Ainsi l'âge du capitaine :

1 2 3 4 81 ...

Ces cinq entiers sont les valeurs prises successivement par la fonction polynomiale (pour $x = 0, 1, 2, 3, 4$)

$$y(x) = \frac{19}{6}x^4 - 19x^3 + \frac{209}{6}x^2 - 18x + 1 \quad (1)$$

Le sixième nombre serait alors 386. La formule (1), qui n'est autre que la formule d'interpolation de Lagrange, constitue une fermeture parmi d'autres de la situation. Celle-ci donnée, je n'ai plus qu'à tourner la manivelle pour produire la suite; pour tout entier z que l'on voudra me donner, je puis indiquer l'élément de la suite qui se trouve à la z -ième place.

Quel soulagement ! Tout est réduit à des tours de manivelle. Finis les doutes, les hésitations, les essais non réussis : il n'y a qu'à tourner la manivelle. Souvent pourtant, ce n'est pas facile. Il y faut de la force et

¹ Exposé fait le 30 juin 1977 au 22ème Symposium du Centre International d'Epistémologie Génétique, à Genève. Les considérations sur le rôle de l'accommodation et de l'assimilation en histoire des sciences, et leurs relations avec les notions de performance et de compétence, vont être reprises ailleurs.

de l'habileté. Mais tout cela ne vous rappelle-t-il pas certains tests d'intelligence ? Le sujet est intelligent s'il devine la fermeture de l'auteur du test. Considérez quatre dessins : un cheval, un chien, un canari, et une auto. Trois de ces dessins appartiennent à une classe d'équivalence. Quel est le quatrième dessin hétérogène ? Evidemment celui du canari, seul pour lequel il ne faut pas payer de taxe.

Ce petit divertissement devrait illustrer la problématique que je voudrais aborder dans cet exposé. Les trois points de suspension à la fin d'une suite de chiffres sont une injonction à considérer la situation comme fermée : un "ainsi de suite", un "fais comme moi", qui donnent l'impression que la situation est déjà fermée. Mais pour celui qui a devant soi le début d'une suite, la situation n'est pas fermée, il lui faut la comprendre, il doit lui attribuer une régularité. C'est un acte créateur. Et "s'il faut une intuition pour le développement de la suite 1 2 3 4..., alors aussi pour le développement de la suite 2 2 2 2..." (Wittgenstein, 1975). "La nécessité n'est pas un fait établi, mais une interprétation." (Nietzsche, 1972). C'est pourquoi, lorsqu'on a compris, des énergies se libèrent, on ressent un soulagement, on croit pouvoir expliquer, le reste suit avec nécessité logique.

Pendant *ananké*, c'est aussi les liens, la contrainte, le sort inéluctable. Associer une formule à une suite finie de nombres, c'est établir un modèle pour cette situation. Beaucoup de modèles sont possibles. Mais un modèle étant donné, un terme quelconque de la suite peut être calculé et suit nécessairement. Chaque algorithme bien défini, chaque système d'opérations cohérent, introduit une fermeture et une nécessité qui en découle.

La nécessité physique

La situation est très semblable en ce qui concerne ce qu'on appelle la "nécessité physique". Or, il ne peut s'agir que de nécessité logique, la nécessité d'un ensemble de conclusions que l'on a tirées à partir de prémisses à l'aide d'un certain nombre de règles de déduction. Les prémisses constituent un modèle d'une situation physique (plus précisément, il s'agit de la partie descriptive d'un modèle : la relation entre modèle et modelé y manque). Les règles de déduction, elles, sont mathématico-logiques.

Sans vouloir développer ici les notions de modèle et de règle de déduction, il faut souligner toutefois que le choix des règles de déduction ne va pas de soi. En situation quantique, par exemple, ayant mesuré la propriété P et trouvé la valeur p, puis Q avec le résultat q, je ne puis pas, en général, affirmer que j'ai mesuré la propriété P et Q et obtenu le résultat p et q; en mécanique classique cela serait pourtant vrai.

“Physiquement nécessaire” veut donc en tout cas dire “déductible dans un modèle”. Si l’on se réfère à une distinction d’Aristote, il s’agit de nécessités conditionnelles — de nécessités qui existent si quelque chose d’autre existe. Les prémisses, elles, pour un modèle donné, sont évidemment (et trivialement) des nécessités tout court. Si l’on pense qu’Aristote distingue en plus des nécessités idéelles des nécessités matérielles, il s’agirait de nécessités idéelles. Cependant tout cela n’est pas encore évidemment suffisant pour autoriser à parler de nécessité. Le modèle considéré doit aussi être “correct” — non seulement dans le sens d’une déduction valide (ce que nous avons tacitement supposé) — mais aussi dans le sens que ce qui est déduit dans le modèle doit pouvoir être confirmé par l’observation ou l’expérience. Par ailleurs, une régularité observée ne justifie pas encore *ipso facto* que l’on parle de nécessité — il faut encore qu’elle soit expliquée par un modèle. Le rôle d’une théorie est précisément de transformer la régularité en nécessité et cela à l’aide d’un modèle. Le terme de “physiquement nécessaire”, tel qu’il vient d’être explicité, appartient à une métalangue par rapport à la langue du modèle; il désigne une proposition ou propriété déductible dans un modèle correct. Et ainsi nous n’en avons pas vraiment besoin. En constatant que l’une des prédictions du modèle est vérifiée, nous ne pouvons pas distinguer le cas du vrai et du nécessairement vrai. Mais une seule confirmation ou infirmation ne va pas nous faire accepter ou rejeter le modèle et les nécessités qui en découlent. Nous allons multiplier les expériences (multiplier et non pas, en général, simplement répéter : refaire dans des circonstances légèrement variées). Il semble donc que notre notion de nécessité ne soit pas encore tout à fait satisfaisante, car nous hésitons à considérer comme physiquement nécessaire un événement unique et isolé. Nous ne le remarquerions même pas et nous n’en parlerions point. Si apparemment nous le faisons, c’est que nous l’avons imaginé comme un parmi plusieurs événements semblables et possibles.

Nous voudrions aussi libérer la notion de physiquement nécessaire des aspects accidentels du modèle. Pour être plus clairs, nous devons introduire quelques distinctions. Dans un modèle — au sens restreint utilisé dans cet exposé — nous distinguons trois sortes de choses : des lois; des coefficients numériques que contiennent ces lois; et des conditions initiales et aux limites. Ce que nous demandons au modèle, c’est qu’il donne des conclusions stables et qu’il soit lui-même (structurellement) stable. Si l’on varie un peu les conditions aux limites (et initiales) et les coefficients numériques des lois, les conclusions (nécessaires) auxquelles le modèle nous fait arriver ne doivent pas changer qualitativement, c’est-à-dire que seuls les coefficients numériques peuvent varier. En d’autres termes, nous considérons comme physi-

quement nécessaire les seules conclusions qui sont valables dans une famille de modèles. Vue ainsi, la notion de nécessité physique se présente tout à fait comme une notion modale et on voit l'intérêt qu'il y aurait à ce qu'elle fasse partie de la langue du modèle.

Théories fermées

La fermeture est donc double : il y a fermeture à se faire un modèle et fermeture à considérer une famille de modèles. Pour l'essentiel, les conclusions doivent être les mêmes dans toute la famille. C'est une propriété de stabilité.

La notion de théorie fermée, due à Heisenberg et discutée par von Weizsäcker, est de même nature. Même si l'expérience physique s'accroît de façon continue, la théorie physique, elle, se développe de façon discontinue. Son évolution présente des paliers prononcés, qui correspondent à ce que Heisenberg appelle "théorie fermée". Comment caractériser une théorie fermée ? C'est une théorie qui ne peut pas être améliorée par de petits changements. *Amélioration* signifie ici meilleure adéquation à l'expérience. Un *petit changement* pourrait être la modification des constantes physiques de la théorie. Regardons par exemple l'électrodynamique de Maxwell. Même si l'on modifie les coefficients diélectriques et les perméabilités, elle ne peut nous expliquer le spectre d'un atome d'hydrogène. Une théorie fermée est en quelque sorte stable : elle absorbe les petites modifications ; on la modifie un peu, et elle ne change pas. En même temps, il est clair qu'une théorie fermée (et donc relativement stable) n'est pas nécessairement une théorie immobile et morte.

Cette relative stabilité donne à une théorie fermée un air de nécessité. Et en fait, beaucoup de physiciens essayent alors de déduire les théorèmes de la théorie à partir d'un petit nombre d'axiomes. Ce serait excellent si certains d'entre eux n'étaient de surcroît tentés d'attribuer à ces axiomes des vertus particulières. Ils ne disent plus que les axiomes sont évidents, intuitifs, efficaces, etc., ils disent que les axiomes expriment des conditions de la possibilité de toute expérience (physique en l'occurrence). Seulement, jusqu'à maintenant du moins, ces conditions de la possibilité de toute expérience physique semblent se modifier au cours du temps. Hélas !

La notion de théorie fermée rappelle évidemment celle de paradigme de Kuhn, que je préfère, parce qu'on peut lui donner une interprétation moins internaliste. Le 'programme de recherche' de Lakatos est une notion semblable. Un tel programme est fait d'un noyau dur et d'une couche de protection qui, elle, peut changer et s'adapter à l'expérience changeante.

Fermeture — nécessité — stabilité, ces notions nous paraissent étroitement liées les unes aux autres. Intuitivement cela se comprend assez bien, et dans tout cet exposé je ne dépasse pas un certain niveau intuitif. Pour dépasser ce stade initial, une stratégie serait d'étudier ces notions dans le contexte de l'épistémologie génétique et de voir si, par le biais de modélisations mathématiques de ce contexte, on aboutit à des définitions mathématiques précises de ces notions. Enfin, il faudrait examiner si un tel procédé permet de faire avancer l'épistémologie.

Ici j'examinerai seulement, brièvement, la notion algébrique de fermeture, qui semble être la plus utile sinon la plus utilisée en épistémologie génétique. (J'utilise indistinctement "clos" et "fermé", "clôture" et "fermeture"). Je prends l'exemple d'une structure algébrique très faible, le demi-groupeïde (terminologie de Bruck, 1971). Un demi-groupeïde est un ensemble A dans lequel on a défini une opération binaire, appelée par exemple multiplication. J'utilise le mot 'dans' (et non pas 'sur') pour signifier que l'opération en question n'est pas définie partout. Un sous-ensemble B de A est fermé (dans A et pour l'opération considérée) si pour chaque paire d'éléments x et y de B qui ont produit z en A , cet élément est, en fait, dans B :

$$xy = z \in A \Rightarrow z \in B.$$

Dans la terminologie Bourbaki, A est un magma non-associatif; un sous-ensemble fermé B est nommé équilibré. Nous voyons réapparaître le couple fermé-équilibré. Et ce genre de définition se laisse généraliser : on pourrait choisir comme opération une liste finie de règles de déduction d'un système formel et considérer alors un ensemble de formules clos pour la déduction. Il est possible de se rendre compte, à partir de ces quelques remarques superficielles, que dans beaucoup de cas on se heurtera à des problèmes de décidabilité. Etant donné un ensemble A et un sous-ensemble B , existe-t-il un procédé effectif qui permette de décider, pour tout élément z de l'ensemble A , s'il appartient au sous-ensemble B ? Je ne dis pas que tout *doit* être décidable, mais il faut se rendre compte que le non-décidable est devant la porte. On voit la relation qu'il y a entre décidabilité et la notion algébrique de sous-ensemble fermé ou équilibré par rapport à une structure algébrique définie dans l'ensemble. Or, on rencontre déjà dans la théorie des groupes des problèmes indécidables. Considérez un groupe à présentation finie, c'est-à-dire un groupe qui est engendré par un nombre fini de générateurs entre lesquels il y a un nombre fini de relations. Il s'agit de déterminer pour tous les éléments du groupe (donnés comme produit d'éléments générateurs) si ces éléments sont égaux ou non à l'élément identité (élément neutre). Cet élément constitue un sous-ensemble particulièrement simple. Eh bien, Novikov et Boone ont

chacun montré qu'il existe des groupes à présentation finie où il n'y a pas de procédé effectif pour répondre à cette question. (Novikov, 1952, Boone, 1954).

Au début de cet exposé, j'ai attiré votre attention sur une question à mon avis extrêmement importante pour l'expérimentation épistémologique, à savoir quelle est, pour le sujet, la fermeture de la situation expérimentale. La discussion de la nécessité dite physique a montré qu'il existe au moins deux sortes de fermeture : celle qui consiste à se faire un modèle de la situation, et celle qui consiste à décider ce qui n'est pas essentiel dans le modèle choisi, pour passer d'un modèle particulier à une classe de modèles possibles. Les progrès se font par un élargissement de cette classe.

Une troisième sorte de fermeture doit être envisagée (et je la mentionne seulement) : la fermeture par finalisation. Pour obtenir un résultat F, je dois avoir (faire) nécessairement M. De cette façon s'introduisent à nouveau des notions modales.

Quelles fermetures ? C'est une question que l'on doit se poser dans chaque situation expérimentale. C'est dans le choix d'une fermeture que le sujet épistémique peut devenir sujet tout court, et que des facteurs non strictement épistémiques peuvent intervenir. Comment le sujet voit-il et conçoit-il la situation, que veut-il faire ? Que l'on s'intéresse à l'enfant individuellement, ou au "sujet épistémique", on ne peut éluder ces questions.

Il est important aussi de se rendre compte qu'historiquement, dans notre civilisation, les notions de nécessité, de cause, et de loi naturelle, proviennent d'une attribution à la nature de l'ordre social de la *polis*. Les dieux mêmes sont soumis à un ordre. Ainsi Héraclite décrit la régularité nécessaire du cours du soleil : "Helios ne dépassera pas sa mesure, mais s'il le faisait, les Erinyes, servantes de Dike, le poursuivraient" (Diels, 1957, p. 29). Ces Erinyes qui veillent au respect de la loi, les fortes (Hésiode) dont les noms ne sauraient être prononcés, étaient Megaira = l'envie, Allekto = l'implacable, et Tisiphone (tisis = talion). Kelsen (1943) pense que la nécessité morale et légale – plus particulièrement sous la forme de la loi du talion (donc Tisiphone pour la nommer) – constituent l'origine de nos notions de loi et de nécessité. Quand les anciens Grecs ont commencé à observer systématiquement la nature, ils avaient le sentiment d'une nécessité derrière les régularités qu'ils constataient. Nécessité morale, semblable à la nécessité qui régit les rapports entre hommes : un méfait exige une punition et une bonne oeuvre une récompense. De la même manière un événement A de la nature doit nécessairement avoir la conséquence B pour rétablir la justice ou l'équilibre naturel des choses. Ici aussi la nécessité provient du modèle. Seulement, alors qu'au début de la civilisation grecque la

nature était une partie de la société, aujourd'hui nous sommes allés très loin dans l'autre direction, et nous considérons la société comme faisant partie de la nature.

Fermeture et nécessité, Dioscures inséparables, me rappellent une autre paire que pourtant on voudrait séparer : les deux notions de compréhension et d'explication. La première serait typique des sciences humaines, la deuxième des sciences naturelles. La discussion de cette opposition a déjà produit des montagnes de littérature. Arrivé au terme de mon exposé, je voudrais simplement dire, qu'à mon avis la compréhension ressemble beaucoup à la fermeture. La fermeture consiste à se faire un modèle de la situation. Cela demande, nous le savons, de l'intuition, c'est une création. L'explication consiste à expliciter les nécessités qui découlent du modèle. Dans cette optique, il devient clair que les deux sortes de sciences impliquent un recours, et à la compréhension et à l'explication, et cela même de façon réitérée. Ce cycle n'est autre chose que la méthode hypothético-déductive bien connue. C'est l'importance que l'on donne à ces deux aspects qui varie d'un domaine à l'autre, à tel point qu'un des deux aspects peut être simplement occulté par une terminologie.

Dans tout cet exposé, je n'ai pu qu'esquisser les premiers éléments d'une compréhension du problème de la fermeture et de la nécessité. Il reste à voir si cela permet de faire progresser l'explication des différentes situations que l'on est amené à subsumer sous ces deux notions qui se conditionnent.

Adresse de l'auteur :

Département de Physique théorique,
Université de Genève
Genève

RESUME

La fermeture fonctionne comme une détermination implicitement complète d'une situation. Tout ce qui peut être explicité suit alors avec nécessité. De plus, la fermeture doit remplir certaines conditions de stabilité. L'expérience de l'ordre inhérent à la vie en société rend possible la découverte de l'ordre et de la nécessité dans la nature.

SUMMARY

Closure functions as an implicitly complete determination of a given situation. Everything that can be explicitated then follows neces-

sarily. In addition, closure must fill certain stability conditions. The experience of social order makes the discovery of order and necessity in nature possible.

ZUSAMMENFASSUNG

Eine Situation wird abgeschlossen, indem man sie als implizit vollständig festgelegt betrachtet. Alles was explizit gemacht werden kann, folgt dann mit Notwendigkeit. Ausserdem muss das Abschliessen noch gewisse Stabilitätsbedingungen erfüllen. Die Erfahrung der dem Leben in der Gesellschaft innewohnenden Ordnung ermöglicht die Entdeckung von Ordnung und Notwendigkeit auch in der Natur.

BIBLIOGRAPHIE

- BOONE, W.W.: Certain simple unsolvable problems of group theory. *Nederl. Akad. Wetensch. Indag. Math.*, 1954, 6, 231-237.
- BRUCK, R.H.: *A survey of binary systems*. Berlin, Heidelberg, New York : Springer, 1971.
- DIELS, H.: *Die Fragmente der Vorsokratiker*. Hamburg : Rowohlt, 1957.
- KELSEN, T.: *Society and nature*. London : Routledge and Kegan Paul, 1943.
- NIETZSCHE, F.: *Der Wille zur Macht*. Stuttgart : Kröner, 11. Auflage, 1972.
- NOVIKOV, P.S.: On the algorithmic insolubility of the identity problem. *Doklady Akad. Nauk SSSR*, 1952, 85, 709-712.
- WITTGENSTEIN, L. von: *Philosophische Untersuchungen*. Frankfurt am Main : Suhrkamp, 1975.